HANNOVER YAKLAŞIMI İLE GEOMETRİK ANALİZ SÜRECİNE BİR KISA YOL ÖNERİSİ

S. DEMİRKAYA[1], R.G. HOŞBAŞ[2], H. ERKAYA[2]

[1] *Yıldız Teknik Üniversitesi, Meslek Yüksekokulu, İstanbul, demirkay@yildiz.edu.tr*

[2] *Yıldız Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü, Ölçme Tekniği Anabilim Dalı, İstanbul, ghosbas@yildiz.edu.tr, erkaya@yildiz.edu.tr*

Özet

Jeodezik Deformasyon Ölçülerinin Analizinde Hannover Yaklaşımı yerli ve yabancı yayınlarda; Teta-Kare Yöntemi, Pelzer Yöntemi, Ortalama Aykırılıklar Yardımıyla Deformasyon Analizi ve Uygunluk (Eşdeğerlik) Testi gibi adlar altında sunulmaktadır. Bir yöntemin bile bu kadar fazla adla anılır olması uygulayıcı kurumlardaki Harita Mühendislerini deformasyon ölçmeleri ve analizi konusuna uzak durmalarının önemli etkenlerinden biri olabilir.

Hannover Yaklaşımında, karşılaştırılan ölçme dönemleri arasında aynı ağ yapısı ve ölçü planının uygulanması zorunlu değildir. Bir- ve İki- Boyutlu iki ağda ***ölçme planının/ nokta sayısının aynı ve farklı olması*** *durumları için üç örnek sunulmuştur. Her iki ölçme döneminde ortak olan noktalara yapılan dönüşüm sürecinde; ölçü planının/nokta sayısının aynı olması durumunda* $Q^{+}_{dd} = \dfrac{N_1 + N_2}{4}$ *olduğu vurgulanarak hesaplama adımlarında önemli miktarda bir azalma sağlandığı gösterilmiştir.*

Anahtar Sözcükler: *Deformasyon, Jeodezik Yöntemler, Geometrik Analiz, Hannover Yaklaşımı.*

A SHORT METHOD FOR GEOMETRICAL ANALYSIS PROCESS BY MEANS OF THE HANNOVER APPROACH

Abstract

The Hannover Approach in analysing of the observations of geodetic deformation is introduced under the name of Teta-Square Method, Pelzer Method, The Deformation Analysis Method via Mean Gaps and Identity Testing etc in national and international publications. Since the method is called several names mentioned above, surveying engineers, who work in official and private sector, stayed away from this method.

It is not necessary of application of the same network design and observation plan between compared measurement periods in The Hannover Approach. Two examples have been presented for the situations that are same observation plan and number of points and different observation plan and point numbers in three different networks that are one and two dimensional.

Keywords: *Deformation, Geodetic Methods, Geometrical Analysis, Hannover Approach.*

1. Hannover Yaklaşımı

Ağ noktalarının konumlarının belirlenmesi için önce farklı dönemlerde yapılan ölçüler ayrı ayrı serbest ağ yöntemi ile dengelenir. Bu aşamada farklı dönemlerdeki ölçüler arasında korelasyon olmadığı kabul edilmektedir. Örneğin iki ölçme dönemi için dengeleme modeli

$$\ell_1 + v_1 = A_1 x_1 \quad , \quad A_1^T P_1 A_1 x_1 - A_1^T P_1 \ell_1 = 0 \;\rightarrow\; N_1 x_1 - n_1 = 0 \quad , \quad x_1 = N_1^+ n_1 \qquad (1)$$

$$N_1^+ = Q_1 = (N_1 + GG^T)^{-1} G(G^T GG^T G)^{-1} G^T$$

$$s_1^2 = \frac{v_1^T P_1 v_1}{f_1}$$

$$\ell_2 + v_2 = A_2 x_2 \quad , \quad A_2^T P_2 A_2 x_2 - A_2^T P_2 \ell_2 = 0 \;\rightarrow\; N_2 x_2 - n_2 = 0 \quad , \quad x_2 = N_2^+ n_2 \qquad (2)$$

$$N_2^+ = Q_2 = (N_2 + GG^T)^{-1} G(G^T GG^T G)^{-1} G^T$$

$$s_2^2 = \frac{v_2^T P_2 v_2}{f_2}$$

eşitliklerinde olduğu gibi kurulur. Bu eşitliklerde geçen G matrisi ağ noktalarının ağırlık merkezine indirgenmiş yaklaşık koordinatları ile kurulan bir matristir. Eğer iki ölçme dönemine ilişkin birim ağırlıklı ölçülerin standart sapmaları s_1 ve s_2 uyuşumlu ise bunların ağırlıklı ortalaması

$$s^2 = \frac{f_1\, s_1^2 + f_2\, s_2^2}{f} \quad , \quad f = f_1 + f_2 \qquad (3)$$

hesaplanır.

Ölçme dönemleri arasındaki hareketlerin ortaya çıkarılması için sıfır hipotezi *Bx-w=0* koşulu ile

$$H_0 \quad : \quad \begin{vmatrix} -E & E \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix} = 0 \qquad (4)$$

olarak öngörülür. Bu hipotez gerçekleşiyorsa ağın herhangi bir yerinde hareket olmadığı sonucuna varılır. Aksi durumda ise PELZER (1971) tarafından aykırılık vektörü olarak adlandırılan

$$d = x_2 - x_1 \qquad (5)$$

fark vektörü oluşturulur. Bu vektörün tekil ağırlık katsayıları matrisi ise

$$Q_{dd} = Q_{11} + Q_{22} \qquad (6)$$

şeklinde ifade edilmektedir. (4) numaralı eşitlik ile verilen sıfır hipotezi geçerli ise *d* fark vektörünün ölçü hatalarından kaynaklandığı söylenebilir. Q_{dd} 'nin genelleştirilmiş inversi olan ağırlık matrisi (1) ve (2) eşitliklerindeki N_1 ve N_2 'nin inversine benzer şekilde

$$P_{dd} = Q_{dd}^+ = (Q_{dd} + GG^T)^{-1} G(G^T GG^T G)^{-1} G^T \qquad (7)$$

hesaplanır. *Bx-w=0* formunun düzeltmelerin ağırlıklı kareleri toplamına etkisi

$$\Omega_H = v_H^T P v_H = v^T P v + R \tag{8}$$

olmak üzere

$$R = \left| x_2 - x_1 \right|^T \left[\left| -E \;\; E \right| \begin{vmatrix} A_1^T P_1 A_1 & 0 \\ 0 & A_2^T P_2 A_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -E \\ E \end{vmatrix} \right] \left| x_2 - x_1 \right| = d^T Q_{dd} d \tag{9}$$

olmaktadır. Burada önemli olan x_1 ve x_2 vektörlerinin aynı datumda olmasıdır. Eğer jeodezik datumun irdelenmesi söz konusu ise

$$rang\{Q_{11}\} = rang\{Q_{22}\} = rang\{Q_{11} + Q_{22}\} = rang\{Q_{dd}\} = h \tag{10}$$

olarak PELZER (1971) tarafından hesaplanan

$$\theta = \sqrt{\frac{R}{h}} \tag{11}$$

değeri ortalama aykırılık olarak adlandırılmıştır. Eğer eşdeğerlik testinin test büyüklüğü

$$T = \frac{\theta^2}{s^2} = \frac{d^T P_{dd}\, d}{s^2\, h} \tag{12}$$

test büyüklüğü $F\{h, f, \alpha\}$ olasılık değerinden büyük ise ağın herhangi bir yerinde anlamlı nokta hareketi olduğu yargısına varılır. Bu durumda hareketli noktaları belirleyebilmek için d fark vektörü ve onun P_{dd} ağırlık katsayıları matrisi S hareketsiz nokta grubunu, O hareketli nokta grubunu gösteren indisler olarak

$$d = \begin{bmatrix} d_S \\ d_O \end{bmatrix} \quad , \quad P_{dd} = \begin{bmatrix} P_{SS} & P_{SO} \\ P_{OS} & P_{OO} \end{bmatrix} \tag{13}$$

biçiminde alt matrislere ayrılır. Bu alt matrisler GAUSS yöntemi ile indirgenerek

$$\overline{d}_O = d_O - P_{OO}^{-1} P_{OS} d_S \tag{14a}$$
$$\overline{P}_{SS} = P_{SS} - P_{SO} P_{OO}^{-1} P_{OS} \tag{14b}$$

kısa gösterimleri ile Bx-w=0 koşulunun düzeltmelerin ağırlıklı kareleri toplamına etkisi

$$R = d^T P_{dd}\, d = d_S^T \overline{P}_{SS} d_S + \overline{d}_O^T P_{OO} \overline{d}_O \tag{15}$$

biçiminde stokastik olarak bağımsız iki bileşene ayrılır. Deformasyonların belirlenmesi aşamasında sırayla ağın her noktası kuşku duyulan O hareketli noktası olarak ele alınır. Böylece her adımda başka bir noktanın koordinatları d_O alt vektörünü oluşturur. Bu durumda nokta sayısı kadar

$$R_i = (\overline{d}_O^T P_{OO} \overline{d}_O)_i \tag{16a}$$

aykırılık hesaplanır. Toplam aykırılık R 'deki payı en büyük olan

$$R_{maks} = maks(R_i) \tag{16b}$$

olan noktada α yanılma olasılığı ile hareketli olduğuna karar verilir.

Ağda hareketli başka noktalar bulunup bulunmadığını sorgulamak için fark vektörü d ve bunun ağırlık katsayıları matrisi Q_{dd} bir *S-dönüşümü* ile kalan noktaların datumuna dönüştürülür. Dönüşüm matrisi

$$S_i = E - G(B_i^T G)^{-1} B_i^T \tag{17}$$

$$d_i = S_i \, d \tag{18a}$$

$$Q_{didi} = S_i \, Q_{dd} \, S_i^T \tag{18b}$$

şeklindedir. Burada B_i matrisi, G matrisinin hareketli olup olmadığı sorgulanan noktasına karşı gelen satır elemanları sıfırlanarak elde edilen matristir. i'inci datum dönüşümünden sonra fark vektörü

$$d_i = \begin{bmatrix} d_D \\ d_N \end{bmatrix} = S_i \begin{bmatrix} d_S \\ d_O \end{bmatrix} = S_i \, d \tag{19}$$

biçiminde alt matrislerden oluşur. Burada d_D datum dönüşümüne katılan noktaları, d_N ise dönüşüme katılmayan noktaları göstermektedir. d_S ve d_O alt vektörlerine ayırma işlemi, toplam aykırılıktaki payları en büyük olan R_{maks} noktalarının tümü d_O 'da kalacak biçimde olursa i'inci adımdan sonra

$$R_{kalan} = d_D^T P_{DD} \, d_D \tag{20}$$

eşitliği ile hesaplanır. Kalan aykırılık için R_{kalan}'ın serbestlik derecesi

$$h_D = h - m \qquad m: \text{bir boyutlu ağlarda bir, iki boyutlu ağlarda ise ikidir.} \tag{21}$$

ile hesaplana test büyüklüğü

$$T_D = \frac{R_{kalan}}{s^2 \, h_D} \tag{22}$$

F-testinin $F\{h_D, f, \alpha\}$ olasılık değerinden büyük ise i+1 'inci adıma geçilir. Bu aşamada yeni bir *S-dönüşümü* ile yeni datum verilip matrisler alt matrislere ayrılır. Bu durumda (20) eşitliğinde geçen d_D ve P_{DD} i'inci adımın büyüklükleridir.

Eğer jeodezik ağ referans ve obje noktaları gibi iki aşamalı yapıya sahip ise yukarıda açıklanan irdelemeler önce referans noktaları kümesi üzerinde gerçekleştirildikten sonra obje noktalarında deformasyon araştırmasına geçilir.

2. Analiz Sürecinde Kısa Yol Önerisi

Deformasyon analizi sürecinde jeodezik ağın dengelenmesinde dış parametreleri varsayımlara dayanmayan ve ağın iç duyarlığı hakkında gerçekçi bilgiler yansıtan serbest ağ dengelemesi yöntemi uygulanmaktadır. Bu durumda normal denklem katsayılar matrisi N tekil olmaktadır. Dolayısıyla det N=0 olmakta ve

$$N\,N^{-1} = N^{-1}N = E \tag{23}$$

eşitliğini sağlayan Cayley inversi hesaplanamamaktadır. N^{-1} yerine geçmek üzere genelleştirilmiş inversin özel hali olan Pseudo (Moore-Penrose N^{+}) inversi kullanılmaktadır. Bu ise (1) ve (2)'de görüldüğü gibi uzun bir aritmetik işlemi gerektirmektedir.

Ayrıca (7)'de görüldüğü gibi d fark vektörünün P_{dd} ağırlık matrisinin hesabında da aynı işlemler yine ters dönüş için uygulanmaktadır. Görüldüğü gibi Pseudo invers işlemi analiz sürecinde ardışık ters işlem için iki kez tekrarlanmaktadır.

İki ölçme döneminin analiz sürecinde bir ve iki boyutlu ağlarda d fark vektörünün P_{dd} ağırlık matrisinin hesabı için uzun aritmetik işlemlere gerek olmayabileceği ve

$$P_{dd} = Q^{+}_{dd} = \frac{N_1 + N_2}{4} \tag{24}$$

alınabileceği görülerek konu irdelemiştir.

3. Uygulamalar

Uygulama 1 : 6 noktalı bir nivelman ağında iki ölçme döneminde aynı ölçü planı uygulanmış ve 18 'er adet yükseklik farkı ölçülmüştür. (1) ve (2) eşitliklerine göre hesaplanan normal denklem katsayılar matrisleri ile ağırlık katsayıları ters matrisleri aşağıda verilmiştir.

$$N_1 = N_2 = N = \begin{bmatrix} 4.1769 & -2.0492 & -0.4748 & 0.0000 & 0.0000 & -1.6529 \\ & 4.2099 & 0.0000 & -0.4772 & 0.0000 & -1.6835 \\ & & 4.2146 & -2.1930 & -1.5468 & 0.0000 \\ & & & 4.1853 & -1.5152 & 0.0000 \\ & & & & 4.3119 & -1.2500 \\ & & \mathit{simetrik} & & & 4.5864 \end{bmatrix}$$

$$N_1^+ = N_2^+ = N^+ = \begin{bmatrix} 0.2479 & 0.0862 & -0.1279 & -0.1400 & -0.1186 & 0.0523 \\ & 0.2466 & -0.1397 & -0.1277 & -0.1183 & 0.0530 \\ & & 0.2487 & 0.0919 & 0.0478 & -0.1207 \\ & & & 0.2497 & 0.0470 & -0.1209 \\ & & & & 0.2979 & -0.0658 \\ & & \mathit{simetrik} & & & 0.2021 \end{bmatrix}$$

Serbest ağ dengelemeleri sonunda 1'inci ölçme dönemi için Ω_1=22.4175, s_1=1.31 mm ve 2'inci ölçme dönemi için Ω_2=18.2043, s_2=1.18 mm olarak elde edilmiştir. (6) 'ya göre Q_{dd} hesaplandıktan sonra (7) 'ye göre de P_{dd} elde edilerek aşağıda verilmiştir.

$$P_{dd} = \begin{bmatrix} 2.0885 & -1.0246 & -0.2374 & 0.0000 & 0.0000 & -0.8265 \\ & 2.1050 & 0.0000 & -0.2386 & 0.0000 & -0.8418 \\ & & 2.1073 & -1.0965 & -0.7734 & 0.0000 \\ & & & 2.0927 & -0.7576 & 0.0000 \\ & & & & 2.1560 & -0.6250 \\ & & \mathit{simetrik} & & & 2.2932 \end{bmatrix} = \frac{N_1 + N_2}{4} = \frac{N}{2}$$

İki ölçme dönemine ilişkin normal denklem katsayılar matrisine dikkat edilirse fark vektörü *d*'nin ağırlık matrsisi P_{dd} 'nin bunların toplamlarının dörtte birine veya ayrı ayrı yarılarına eşit olduğu görülmektedir. (9) 'dan (12)'ye kadar olan eşitlikler kullanılarak ağın herhangi bir yerinde düşey hareket olup olmadığı irdelenmiş ve sonuçlar aşağıda verilmiştir.

$$R_{genel} = 812.8487, \quad \theta_{genel} = 12.7503, \quad T = 104.0528 > F\{5,26\} = 2.5819$$

olduğundan ağ noktalarından en az birinin hareketli olduğu sonucuna varılmıştır. (13) 'den (16) 'ya kadar olan bağıntılar kullanılarak hareketli nokta araştırılmış ve sonuçlar tablo halinde verilmiştir.

Nokta No	R_i	θ_i	R_{kalan}	***T***	***F***
2	0.0001	0.0115	812.8485		
3	0.0000	0.0026	812.8487		
8	113.6631	10.6613	699.1856		
9	108.8314	10.4322	704.0173		
11	811.9508	28.4948	0.8978	0.144	2.735
13	55.5291	7.4518	757.3196		

11 numaralı noktada R_{maks}=811.9508 olduğundan bu noktada anlamlı düşey hareket olduğu sonucuna varılmıştır. R_{kalan}=0.144 için (22) 'den test büyüklüğü hesaplanmış ve F=2.735>T=0.144 olduğundan ağda hareketli başka nokta bulunmadığı yargısına varılmıştır.

Uygulama 2 : Bir nivelman ağında birinci ölçme döneminde 5 noktalı bir ağda 7 yükseklik farkı ölçülmüş ve Ω_1=2.2364, s_1=0.86 mm olarak elde edilmiştir. İkinci ölçme döneminde 1 ile 4 numaralı noktaların yok olduğu görülerek 1 yerine 6 numaralı nokta seçilmiş 5 yerine yeni bir nokta seçilmesine gerek görülmemiştir. Dengeleme sonrası Ω_2=2.5741, s_2=1.13 mm değerleri bulunmuştur. Ortak noktalarda anlamlı düşey hareket olup olmadığını araştırmak üzere her iki ölçme dönemine ilişkin normal denklemler ortak noktalara indirgenmiş ve ağırlık katsayıları ters matrisleri hesaplanarak aşağıda verilmiştir.

$$N_1 = \begin{bmatrix} 0.9694 & -0.4617 & -0.5077 \\ & 0.6033 & -0.1417 \\ & simetrik & 0.6494 \end{bmatrix} \quad , \quad N_1^+ = \begin{bmatrix} 0.4591 & -0.2502 & -0.2089 \\ & 0.7874 & -0.5372 \\ & simetrik & 0.7461 \end{bmatrix}$$

$$N_2 = \begin{bmatrix} 0.7998 & -0.3700 & -0.4298 \\ & 0.6300 & -0.2600 \\ & simetrik & 0.6898 \end{bmatrix} \quad , \quad N_2^+ = \begin{bmatrix} 0.5570 & -0.3057 & -0.2513 \\ & 0.7113 & -0.4056 \\ & simetrik & 0.6570 \end{bmatrix}$$

Bundan sonra (6) 'ya göre Q_{dd} hesaplandıktan sonra (7) 'ye göre de P_{dd} elde edilerek aşağıda verilmiştir.

$$Q_{dd} = \begin{bmatrix} 1.0160 & -0.5560 & -0.4600 \\ & 1.4990 & -0.9430 \\ & simetrik & 1.4030 \end{bmatrix} \quad , \quad P_{dd} = \begin{bmatrix} 0.4390 & -0.2050 & -0.2320 \\ & 0.3050 & -0.0990 \\ & simetrik & 0.3333 \end{bmatrix}$$

P_{dd} bir kez de $\dfrac{N_1 + N_2}{4}$ eşitliği ile hesaplanarak elde edilmiştir.

$$P_{dd} \approx \begin{bmatrix} 0.4423 & -0.2079 & -0.2344 \\ & 0.3083 & -0.1004 \\ & simetrik & 0.3348 \end{bmatrix}$$

Kesin değer olarak R_{genel}=24.4690, yaklaşık matris değerleri ile ise $R_{genel} \approx$24.6512 olmuş ve ortalama aykırılık (11) 'e göre hesaplanmıştır. Kesin değer olarak θ_{genel}=3.50, yaklaşık matris değerleri ile ise $\theta_{genel} \approx$3.51 olarak bulunmuştur. (9) 'dan (12)'ye kadar olan eşitlikler kullanılarak ağın herhangi bir yerinde düşey hareket olup olmadığı irdelenmiş ve sonuçlar aşağıda verilmiştir.

$R_{genel} = 24.4690, \quad \theta_{genel} = 3.50, \quad T = 12.74 > F\{2,5\} = 5.79$

olduğundan ağ noktalarından en az birinin hareketli olduğu sonucuna varılmıştır.

Uygulama 3 : 5 referans+3 obje olmak üzere 8 noktadan oluşan iki boyutlu bir kontrol ağında iki ölçme dönemine ilişkin serbest ağ dengelemesi sonuçları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Ölçme Dönemi	***Doğrultu sayısı***	***Kenar sayısı***	Ω_i	s_i
1	33	8	233.1508	3.41
2	35	10	313.3733	3.61

Önce Hannover Yaklaşımının işlem akışı izlenerek

$R_{genel} = 4861.4655 \quad , \quad \theta = 19.338 \quad , \quad T = 30.107 < F\{13,44\} = 1.949$

olarak ağ noktalarından en az birinin hareketli olduğu yargısına varılmıştır.

Bir kez de birinci ölçme dönemi koordinat verileri yaklaşık değer alınarak iki ölçme dönemi ölçüleri bir arada koşullu modelle serbest dengelenerek

$R_{genel} = 4910.2090 \quad , \quad \theta = 19.435 \quad , \quad T = 30.814$

değerlerine ulaşılmıştır.

4. Sonuçlar

Önerilen kısa yol deformasyon analiz yöntemlerinden biri olan Hannover Yaklaşımı bir ve iki boyutlu üç farklı ağ yapısı üzerinde sınanmıştır.

Bunlardan 1'inci uygulamada nokta sayısı ve ağ geometrisi aynı olan tek boyutlu ağ yapısı irdelenmiştir. Burada *d* fark vektörünün P_{dd} ağırlık matrisi için $N_1=N_2=N$ olduğundan uzun (7) eşitliği yerine önerilen kısa yol ile kesin sonuç elde edilmektedir.

2'inci uygulamada değişmiş nokta sayısı ve ağ geometrisi bulunan tek boyutlu ağ yapısı özdeş noktalara indirgenerek kesin çözüm ve önerilen kısa yol ile P_{dd} ağırlık matrisi ve test büyüklükleri hesaplanmıştır. Kesin çözüm ve kısa yol önerisi arasında oldukça küçük farklar olduğu belirlenerek bu tür yapılarda oldukça yaklaşık çözümü ulaşılabileceği görülmüştür.

İki boyutlu ve her iki ölçme döneminde nokta sayısı eşit ancak farklı ölçü planının uygulandığı ağ yapısı 3'üncü uygulamada ele alınmıştır. Önce Hannover yaklaşımının işlem akış süreci izlenerek kesin analiz büyüklükleri hesaplanmıştır. Daha sonra 1'inci ölçme dönemi koordinatları iteratif olarak belirlenerek ikinci hesap adımında yaklaşık değer olarak alınıp iki ölçme dönemi birlikte değerlendirilerek analiz büyüklükleri elde edilmiştir. Burada da test sonuçlarını etkileyecek olumsuz bir fark olmadığı görülmüştür.

Kaynaklar

algül e. (1982), Barajlarda Jeodezik Deformasyon Ölçmeleri ve Analizi, İTÜ İnşaat Fakültesi, Doçentlik Tezi, İstanbul.

Atasoy V. (1984), Jeodezik Deformasyon Ölçülerinin Analizi, KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Trabzon.

Demirel H. (1998), Deformasyon Ölçülerinin Analizi (Basılmamış Ders Notları), YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Erkaya H. (1987), Mühendislik Yapılarındaki Deformasyonların Jeodezik Yöntemlerle Saptanması ve Bir Model Üzerinde Uygulanması, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, İstanbul.

Hoşbaş R.G. (2004), Barajlarda Deformasyon Ölçmeleri (Basılmamış Ders Notları), YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Mikhail E.M. (1981), Analysis And Adjustment Of Survey Measurements, Erindale Collage, Universtiy of Toronto, West Lafeyette – Ontario.

Öztürk E., Şerbetçi M. (1992), Dengeleme Hesabı III, KTÜ Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Yayınları, Trabzon.

Welsh W., Heunecke O., Kuhlman H., (2000), Handbuch Ingeneieurgeodaesie (Auswertung Geodaetischer Überwachungsmessungen), Herbert Wichmann Verlag – Heidelberg.