

İKİ BOYUTLU DOĞRUSAL KOORDİNAT DÖNÜŞÜMLERİ

Ferruh Bahadır Ünsal

Ünsal Mühendislik Ltd. Şti. Turgut Reis Cad. Feyyaz Gölcüklü İş Mrk. Muğla, ferruhunsal@unsalharita.com

ÖZET

Mesleğimizde neredeyse her gün çeşitli şekillerde karşımıza çıkan koordinat dönüşümleri bu çalışmanın konusunu oluşturmaktadır. Jeodezi uygulamalarında koordinat sistemleri arasında dönüşüm yapmak için, koordinat sistemlerinin özellikleri göz önüne alınarak yapılacak uygulamaya göre hangi koordinat dönüşümünün kullanılması gerektiği dengeleme modelleri incelenerek, sayısal örnekler üzerinde araştırılmış ve sonuçlar irdelenmiştir.

Anahtar Sözcükler: Koordinat Dönüşümü, Benzerlik, Afin, Projektif

ABSTRACT

TWO DIMENSIONAL LINEAR COORDINATE TRANSFORMATIONS

This study is on coordinate transformations that are central to our profession. We investigated adjustment models using numerical examples and discussed the results. Our results and methods are useful in deciding which coordinate transformation to use in geodesic applications depending on the properties of the coordinate systems and the specific application of interest

Keywords: Coordinate transformation, Similarity, Afine, Projective.

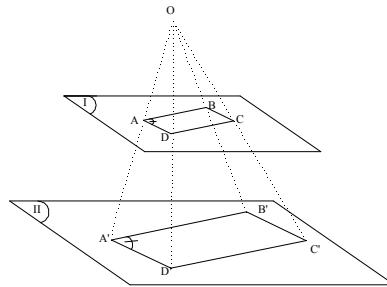
1. GİRİŞ

GPS teknolojisinin jeodezi ölçmelerine girmesi, bilgi sistemlerinin çeşitli kurum ve kuruluşlarca kurulmaya başlanması, jeodezi uygulamalarında koordinat dönüşümlerinin önemini bir kat daha artmıştır.

Geometrik nesnelerin aralarındaki bağıntıya tasvir denir. Genel olarak bir koordinat sistemindeki noktaların bir diğer koordinat sistemindeki tasvirine koordinat dönüşümü adını veriyoruz. Koordinat dönüşümleri sonucunda arazide ölçülmüş ve koordinat değerleri bir koordinat sisteminde hesaplanmış olan noktaların fiziksel konumları değişmediği halde, koordinat değerlerinin dönüşüm nedeniyle değiştiği, bir diğer koordinat sisteminde hesaplandığını söyleyebiliriz. Temel sorun koordinat dönüşümlerinin matematik ve geometrik modellerine göre hangi uygulamalarda hangi tür dönüşümlerin seçilmesi gerektiğine karar verilmesidir.

2. İKİ BOYUTLU BENZERLİK DÖNÜŞÜMÜ

Birbirine paralel iki düzlem düşünelim, bu iki düzlemin içinde veya dışında bir izdüşüm merkezi olsun, bir düzlemden diğer düzleme merkezli izdüşüm ile izdüşürülürse elde edilen şekil esas şekle benzerdir. Düzlemler herhangi bir konumda çakıştırılırsa benzerlik dönüşümüne konu olan şekiller ortaya çıkar.

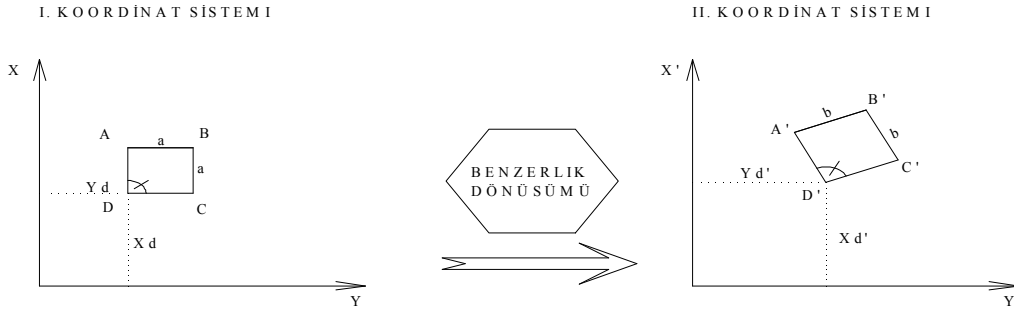


Şekil 1.1

İki Boyutlu Koordinat Dönüşümleri

Benzerlik dönüşümünde, dönüşümden önceki şekil, dönüşümden sonraki şekle benzerdir. Dönüşüm parametrelerinde tek bir ölçek faktörü olduğu için açılar korunur. Dönüşümden önceki şekil bir kare ise dönüşümden sonraki şekil de bir karedir. Şekil ölçek katsayısı miktarına göre büyür veya küçülür.

Parametreleri: X ekseninde kayma, Y ekseninde kayma, Dönme ve Ölçek



En küçük kareler yöntemindeki dolaylı ölçmeler dengelemesine göre düzeltme denklemleri matris gösterimi ile,

$$\underline{V} = \underline{K}_b \underline{b} - \underline{X}' \quad (1)$$

Buradan kurulacak normal denklemler:

$$(\underline{K}_b^T \underline{K}_b) \underline{b} = \underline{K}_b^T \underline{X}' \quad (2)$$

$$\underline{b} = (\underline{K}_b^T \underline{K}_b)^{-1} (\underline{K}_b^T \underline{X}') \quad (3)$$

Normal denklemler açık olarak yazılırsa:

$$\begin{aligned} [x^2 + y^2]b_1 &+ [x]b_3 + [y]b_4 = [xx' + yy'] \\ [x^2 + y^2]b_2 &- [y]b_3 + [x]b_4 = [xy' - yx'] \\ [x]b_1 &- [y]b_2 + nb_3 = [x'] \\ [y]b_1 &+ [x]b_2 + nb_4 = [y'] \end{aligned} \quad (4)$$

Matrisler:

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} v_{x1} \\ v_{x2} \\ \vdots \\ v_{y1} \\ v_{y2} \\ \vdots \end{bmatrix}, \underline{K}_b = \begin{bmatrix} x_1 & -y_1 & 1 & 0 \\ x_2 & -y_2 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_1 & x_1 & 0 & 1 \\ y_2 & x_2 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}, \underline{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}, \underline{X}' = \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ \vdots \\ y'_1 \\ y'_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (5)$$

Bir ölçünün ortalama hatası:

$$m_0 = \sqrt{\frac{[V_x \cdot V_x] + [V_y \cdot V_y]}{2n - 4}} \quad (6)$$

Bir noktanın konum hatası:

$$m_p = \sqrt{\frac{[V_x \cdot V_x] + [V_y \cdot V_y]}{n - 2}} = \sqrt{2} m_0 \quad (7)$$

$$m_{b1} = m_{b2} = \frac{m_0}{\sqrt{[x^2] + [y^2]}} \quad m_{b3} = m_{b4} = \frac{m_0}{\sqrt{n}} \quad (9)$$

Bilinmeyenlerin ortalama hatası:

Bilinmeyenlerin bir fonksiyonu olarak ölçek ve dönüklüğün ortalama hataları:

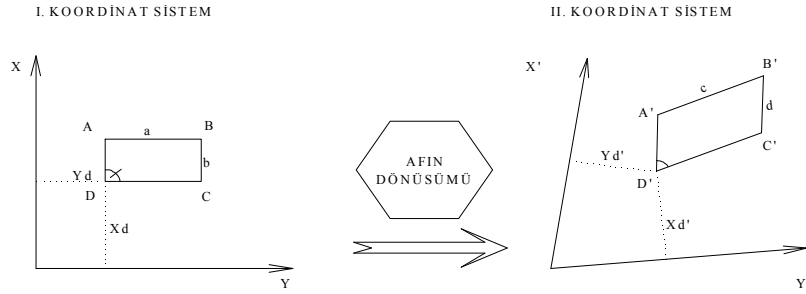
$$m_\lambda = m_\alpha = \frac{m_0}{\sqrt{[x^2] + [y^2]}} \quad (10)$$

Dönüştürülecek bir noktanın dönüşümden sonraki koordinat ortalama hatası:

$$m_{x'} = m_{y'} = m_0 \sqrt{\frac{\frac{-2}{X_i} + \frac{-2}{y_i}}{\frac{-2}{X^2} + \frac{-2}{y^2}} + \frac{1}{n}}$$

3. İKİ BOYUTLU AFİN DÖNÜŞÜMÜ

Birbirine paralel olmayan iki düzlemden biri, diğeri üzerine izdüşümlendirilirse resim ve esas şekil arasında bir afin dönüşüm bağıntısı vardır. Arka arkaya paralel izdüşümlerle elde edilen şekiller arasında afin dönüşüm bağıntısı kurulabilir. Genel bir afin dönüşüm bağıntısını kurulabilmesi için arka arkaya altı paralel izdüşüm yeterli olmaktadır. Benzerlik dönüşümü, dik koordinat sistemleri arasındaki bir dönüşüm bağıntısı idi. Ancak, afin dönüşümünde dik koordinat eksenlerinin eğik olması durumunda da koordinatlar dönüştürülebilir. Afin dönüşümüne, dik ve eğik koordinatlar arasındaki bir dönüşüm bağıntısıdır diyebiliriz.



Şekil 2

Parametreleri:

- X yönünde kayma
- Y yönünde kayma
- X yönünde dönme
- Y yönünde dönme
- X yönünde ölçek
- Y yönünde ölçek

Dolaylı ölçüler dengelemesine göre düzelme denklemleri matris gösterimiyle,

$$\underline{V} = \underline{K}_a - \underline{X}' \quad (12)$$

Buradan kurulacak normal denklemler:

$$(\underline{K}_a^T \underline{K}_a) \underline{a} = \underline{K}_a^T \underline{X}' \quad (13)$$

$$\underline{a} = (\underline{K}_a^T \underline{K}_a)^{-1} \underline{K}_a^T \underline{X}' \quad (14)$$

Bütün koordinatlar, başlangıcı ortak noktalar kümesinin ağırlık merkezine kaydırılarak açık olarak yazılırsa, Normal denklemler:

$$\begin{aligned} \overline{[x^2]} a_1 + \overline{[xy]} a_2 &= \overline{[xx']} \\ \overline{[xy]} a_1 + \overline{[y^2]} a_2 &= \overline{[yx']} \\ \overline{[x^2]} a_4 + \overline{[xy]} a_5 &= \overline{[xy']} \\ \overline{[xy]} a_4 + \overline{[y^2]} a_5 &= \overline{[yy']} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} v_{x_1} \\ v_{x_2} \\ M \\ v_{y_1} \\ v_{y_2} \\ M \end{bmatrix}, \underline{K}_a = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ M & M & M & M & M & M \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 \\ M & M & M & M & M & M \end{bmatrix}, \underline{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{bmatrix}, \underline{X}' = \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ M \\ y'_1 \\ y'_2 \\ M \end{bmatrix} \quad (16)$$

Bir koordinatın ortalama hatası:
$$m_0 = \sqrt{\frac{[v_x v_x] + [v_y v_y]}{2n - 6}}$$

(17)

İki Boyutlu Koordinat Dönüşümleri

Bir noktanın konum ortalama hatası:
$$m_p = \sqrt{\frac{[v_x v_x] + [v_y v_y]}{n - 3}} \quad (18)$$

Bilinmeyenlerin ortalama hatası:
$$m_{a1} = m_{a4} = m_0 \sqrt{\frac{[yy]}{[xx][yy] - [xy][xy]}} \quad (19)$$

$$m_{a2} = m_{a5} = m_0 \sqrt{\frac{[xx]}{[xx][yy] - [xy][xy]}} \quad (20) \quad m_{a3} = m_{a6} = m_0 \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (21)$$

Dönüştürülecek bir noktanın dönüşümden sonraki koordinat ortalama hatası:

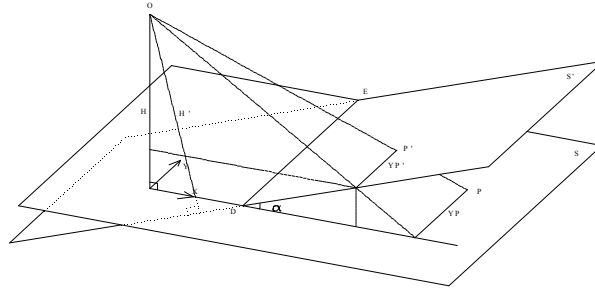
$$m_{x'} = m_{y'} = m_0 \sqrt{\frac{\bar{x}_i^2 [yy] + \bar{y}_i^2 [xx]}{[xx][yy] - [xy][xy]}} + \frac{1}{n} \quad (22)$$

4. İKİ BOYUTLU PERSPEKTİF DÖNÜŞÜMÜ

Bir düzlemden diğer bir düzleme yapılan izdüşümler ile projektif dönüşüm tanımlanabilir. İki düzlem birbirine paralel olabileceği gibi kesişebilirler de. İzdüşüm paralel olabileceği gibi merkezli izdüşüm de olabilir.

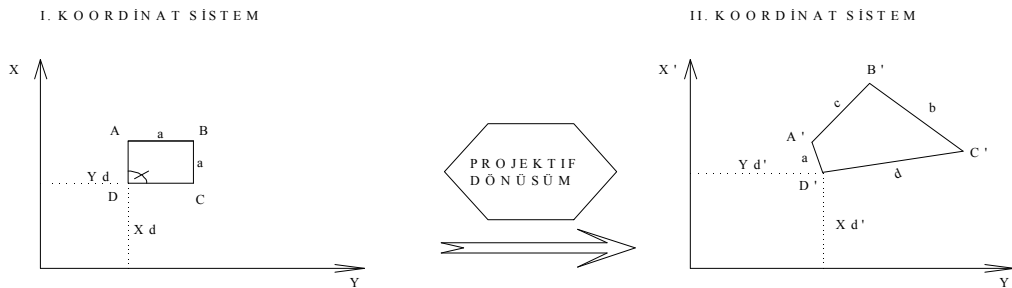
Projektif dönüşümün genel özellikleri:

- Her noktanın bir resmi ve her resmin bir esası vardır. Ancak resimleri olmayan bir doğru ile esasları olmayan diğer bir doğru karşılıksız kalabilir.
- Projektif dönüşüm doğrudanlığı korur.
- Çifte oran değişmez kalır.



Şekil 3

S düzleminde bulunan P noktası O izdüşüm merkezine göre S' düzlemine izdüşürüldüğünde P' noktası bulunur. S' düzlemi DE ekseni etrafında α açısı kadar döndürüldüğünde esasla resimleri arasında bir dönüşüm bağıntısı kurulabilir. Bu tür dönüşüm, genel olarak perspektif dönüşüm olarak adlandırılır. Projektif dönüşümden önce şekil bir kare ise dönüşümden sonra dörtgene dönüşür. Dönüşüm Şekil 4 deki gibidir.



Şekil 4

Buna göre projektif dönüşüme ait parametreler:

$$x' = \frac{c_1 x + c_2 y + c_3}{c_7 x + c_8 y + 1} \quad (23)$$

$$y' = \frac{c_4 x + c_5 y + c_6}{c_7 x + c_8 y + 1} \quad (24)$$

f(x) fonksiyonuna ait Taylor formülü:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{x-x_0}{1!} f'(x_0) + \frac{(x-x_0)^2}{2!} f''(x_0) + \dots + \frac{(x-x_0)^n}{n!} f^{(n)}(x_0) + \dots \quad (25)$$

(23) ve (24) projektif dönüşüm formüllerinden düzeltme denklemleri:

$$(x'_i + v_{xi}).(c_7 x_i + c_8 y_i + 1) = c_1 x_i + c_2 y_i + c_3 \quad (26)$$

$$(y'_i + v_{yi}).(c_7 x_i + c_8 y_i + 1) = c_4 x_i + c_5 y_i + c_6 \quad (27)$$

Parametrelerin yaklaşık değerleri yardımıyla, Taylor serisine (25) açılımıyla, (26) ve (27) formülleri lineerleştirilirse;

$$(c_{07} x_i + c_{08} y_i + 1) v_{xi} = x_i \Delta c_1 + y_i \Delta c_2 + \Delta c_3 - x_i x'_i \Delta c_7 - y_i x'_i \Delta c_8 + x_i c_{01} + y_i c_{02} + c_{03} - x_i x'_i c_{07} - y_i x'_i c_{08} - x'_i$$

$$(c_{07} x_i + c_{08} y_i + 1) v_{yi} = x_i \Delta c_4 + y_i \Delta c_5 + \Delta c_6 - x_i y'_i \Delta c_7 - y_i y'_i \Delta c_8 + x_i c_{04} + y_i c_{05} + c_{06} - x_i y'_i c_{07} - y_i y'_i c_{08} - y'_i \quad (28)$$

Matris gösterimi ile düzeltme denklemleri: $\underline{AV} = \underline{K}_c \underline{\Delta c} + \underline{\Delta X}'$ (29)

$$A = \begin{bmatrix} c_{07} x_1 + c_{08} y_1 + 1 & 0 & \Lambda & 0 & 0 \\ 0 & c_{07} x_1 + c_{08} y_1 + 1 & \Lambda & 0 & 0 \\ M & M & O & M & M \\ 0 & 0 & \Lambda & c_{07} x_n + c_{08} y_n + 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{07} x_n + c_{08} y_n + 1 \end{bmatrix}$$

$$K_c = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_1 x'_1 & -y_1 x'_1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_2 x'_2 & -y_2 x'_2 \\ M & M & M & M & M & M & M & M \\ x_n & y_n & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_n x'_n & -y_n x'_n \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 & -x_1 y'_1 & -y_1 y'_1 \\ 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 & -x_2 y'_2 & -y_2 y'_2 \\ M & M & M & M & M & M & M & M \\ 0 & 0 & 0 & x_n & y_n & 1 & -x_n y'_n & -y_n y'_n \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} v_{x1} \\ v_{y1} \\ M \\ v_{xn} \\ v_{yn} \end{bmatrix}, \Delta c = \begin{bmatrix} \Delta c_1 \\ \Delta c_2 \\ \Delta c_3 \\ \Delta c_4 \\ \Delta c_5 \\ \Delta c_6 \\ \Delta c_7 \\ \Delta c_8 \end{bmatrix}, X' = \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ M \\ x'_n \\ y'_1 \\ y'_2 \\ M \\ y'_n \end{bmatrix}, \Delta X' = \begin{bmatrix} \Delta x'_1 \\ \Delta x'_2 \\ M \\ \Delta x'_n \\ \Delta y'_1 \\ \Delta y'_2 \\ M \\ \Delta y'_n \end{bmatrix}$$

$$\Delta x'_i = x_i c_{01} + y_i c_{02} + c_{03} - x_i x'_i c_{07} - y_i x'_i c_{08} - x'_i \quad (30)$$

$$\Delta y'_i = x_i c_{04} + y_i c_{05} + c_{06} - x_i y'_i c_{07} - y_i y'_i c_{08} - y'_i \quad (31)$$

$$\underline{AA}^T \underline{k} - \underline{K}_c \underline{\Delta c} - \underline{\Delta X}' = 0$$

Koşullu ölçüler dengelemesine göre normal denklemler: $-\underline{K}_c^T \underline{k} = 0$ (32)

Korelat vektörü \underline{k} yok edilirse, normal denklemler: $\underline{K}^T (\underline{AA}^T)^{-1} \underline{K} \underline{\Delta c} = \underline{K}^T (\underline{AA}^T)^{-1} \underline{\Delta X}'$ (33)

Normal denklemler çözülerek bilinmeyenlere getirilecek düzeltmeler bulunur. Kesin parametreler;

İki Boyutlu Koordinat Dönüşümleri

$$c_1 = c_{01} + \Delta c_1, K, c_8 = c_{08} + \Delta c_8$$

$$m_0 = \sqrt{\frac{[v_x v_x] + [v_y v_y]}{2n - 8}} \quad (34)$$

Bir koordinatın ortalama hatası: (35)

$$m_0 = \sqrt{\frac{[v_x v_x] + [v_y v_y]}{2n - 8}} = \sqrt{2} m_0$$

Bir noktanın ortalama konum hatası: (36)

5. İKİ BOYUTLU KOORDİNAT DÖNÜŞÜMLERİNİN ÖZELLİKLERİ

5.1 Benzerlik Dönüşümü:

Benzerlik dönüşümü, açı koruyan olması sebebiyle, dönüşümden sonraki geometrik şekiller, dönüşümden önceki şekle benzerdir. Kadastro parsellerinin diğer bir sisteme dönüştürülmesi gerektiğinde, açı koruyan özelliği nedeniyle benzerlik dönüşümü kullanılması uygun olmaktadır. Benzerlik dönüşümünde dönüşümden önceki şekil bir kare ise dönüşümden sonra da bir karedir. Sadece ölçeği veya dönüklüğü değişebilir. Dengelemeli benzerlik dönüşümü yapılabilmesi için gereken en az ortak nokta sayısı üçtür.

5.2 Afin Dönüşümü:

Afin dönüşümü, X ve Y eksenleri yönünde farklı ölçek ve dönüklük parametreleri olması sebebiyle açı koruma özelliğine sahip değildir. Dönüşümden sonraki şekil dönüşümden önceki şekle benzemez. Afin dönüşümü özellikle eksen deformasyonları olduğu bilinen kartoğrafya uygulamalarında kullanım alanı bulmaktadır. Sayısal ortamda bulunmayan paftaların sayısallaştırılması sırasında paftaların çevresel etkilerden kaynaklanan boyut değişiklikleri, paftalarda eksen deformasyonlarına neden olmaktadır. Deforme olmuş paftaların sayısallaştırılmaları sırasında afin dönüşümü uygun bir çözüm sağlayabilmektedir. Dengelemeli afin dönüşümü yapılabilmesi için gereken en az ortak nokta sayısı dörttür.

5.3 Perspektif Dönüşüm:

En genel dönüşüm modelini içermektedir. Özellikle koordinat düzlemlerinin birbirlerine paralel olmadığı bilinen fotogrametri uygulamalarında kullanım alanı bulmaktadır. Farklı projeksiyon düzlemlerinin birbirlerine paralel olmadığı düşünüldüğünde, projeksiyon sistemleri farklı olan koordinat sistemlerinin dönüşümlerinde de kullanılabilir. Perspektif dönüşüm iterasyon sonucunda önceden hesaplanan yaklaşık değerler yardımıyla yapılabilir. Bu da hesap yükünü önemli ölçüde artırmaktadır. Dengelemeli perspektif dönüşüm yapılabilmesi için gereken en az ortak nokta sayısı beştir.

6. DÖNÜŞÜM SEÇİMİ

Herhangi bir dönüşüm probleminde hangi dönüşümün kullanılacağı sorunu bir irdelemeyi gerektirmektedir. Dönüşüm seçiminde şu faktörler söz konusudur: Teorik gerçekler, ortak nokta sayısı ve ayrılıkları küçültme isteği

6.1 Teorik Gerçekler

İki ayrı nokta kümesi arasında hangi geometrik değişmezler, ya da deformasyonlar söz konusu ise ona uygun bir dönüşüm seçmek gerekir. Eksen sistemleri arasındaki durumlar ile de bir karar verilebilir.

6.2 Ortak Nokta Sayısı

Ortak nokta sayısı, doğal olarak, seçilen dönüşüm için gerekli sayıda olmalıdır. Dengeleme modelinde ortak nokta sayısı serbestlik derecesini arttıracığından seçilecek dönüşüm için önemli bir kriterdir.

6.3 Ayrılıkları Küçültme İsteği:

Parametre sayısı arttıkça $[W]$ 'ler küçülmektedir. Nokta sayısı elverdiği ölçüde, parametre sayısı fazla olan, dönüşüm uygulanmış olsaydı $[W]$ 'ler daha da küçülecekti. v 'lerin küçülmesi daha iyi bir uyum bağıntısı kurulabileceği anlamına gelir. Böylelikle yüksek dereceden, ya da daha genel dönüşümlerle sistematik etkiler bir ölçüde giderilebilir.

7. SAYISAL UYGULAMA

Teorik olarak yapılan çıkarımların test edilmesi amacıyla, her üç koordinat dönüşümünde sayısal hesaplamalar yapılmıştır. Fotogrametrik veya jeodezik olarak elde edilen koordinatlar, hazırlanan bilgisayar programında oluşturulmuş aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

Tablo 1

ARAZİ KOORDİNATLARI			NİRENGİ KOORDİNATLARI			ÖRNEK PROBLEM 1		
NN	SAĞA	YUKARI	NN	SAĞA	YUKARI			
1	5043.7400	5208.7900	1	244618.6600	494068.5600			
2	5218.4200	4333.4900	2	245579.4400	491115.6400			
3	5000.0000	5000.0000	3	244103.8100	492553.4300			
4	5220.0200	5166.9100	4	245893.3900	493597.0100			
5	5242.7000	5039.3800	5	245946.7500	492626.8100			
6	5106.1700	5050.7100	6	244940.3400	492834.8600			
7	5066.8600	4878.0900	7	244491.2400	491585.0500			
BENZERLİK			AFİN			PROJEKTİF		
b1	7.4465200678068		a1	7.44652174500961		c1	7.45469255567906	
b2	0.905890784183117		a2	-0.905897804870608		c2	-0.904431438923643	
b3	459850.279171798		a3	459850.306747027		c3	459847.274866005	
b4	202341.7525		a4	0.905886878420188		c4	0.909694473817147	
			a5	7.4465155216738		c5	7.47497503037991	
			a6	202341.795441146		c6	202337.836382505	
						c7	1.51908027469612D-08	
						c8	3.1432262549271D-09	
NN	Vy	Vx	NN	Vy	Vx	NN	Vy	Vx
1	-0.002	0.001	1	-0.002	0.002	1	-0.002	0
2	-0.004	0.001	2	-0.004	0	2	-0.001	-0.002
3	-0.003	-0.004	3	-0.003	-0.004	3	0.002	0.001
4	0.002	0	4	0.001	0	4	0	0.002
5	0.001	0	5	0.001	-0.001	5	-0.003	-0.002
6	0.002	0	6	0.002	0	6	0	0
7	0.004	0.002	7	0.005	0.003	7	0.004	0.002
m0	0.002867765		m0	0.003087113		m0	0.002863704	
mp	0.004055631		mp	0.004365838		mp	0.004049889	

Tablo 2

MODEL KOORDİNATLARI			ARAZİ KOORDİNATLARI			ÖRNEK PROBLEM 2		
NN	SAĞA	YUKARI	NN	SAĞA	YUKARI			
1	0.770970	0.640470	1	4518813.7400	619766.0200			
2	0.466300	0.706080	2	4516499.8200	620229.9900			
3	0.822990	0.479620	3	4519224.5200	618553.2000			
4	0.671460	0.380200	4	4518085.6400	617783.3500			
5	0.635320	0.588060	5	4517790.9500	619354.9500			
6	0.538540	0.586880	6	451.7058.1700	619337.2500			
7	0.500000	0.500000	7	4516775.3900	618676.1600			
BENZERLİK			AFİN			PROJEKTİF		
b1	7573.539211362		a1	7571.47252113622		c1	10416.3045265977	
b2	-101.023167736109		a2	101.205990591881		c2	-2582.15428415581	
b3	614837.228696612		a3	614838.259557274		c3	614840.716612206	
b4	4513039.2141932		a4	-99.0661582034982		c4	20675.5444061692	
			a5	7575.45143493899		c5	-11999.6010731268	
			a6	4513036.92558107		c6	4513038.371155780	
						c7	0.004598787821516	
						c8	-0.004332479367371	
NN	Vy	Vx	NN	Vy	Vx	NN	Vy	Vx
1	-0.257	-0.281	1	0.182	-0.433	1	0.468	-0.036
2	-0.395	1.87	2	-0.41	1.527	2	0.851	-0.524
3	-0.812	-0.409	3	-0.588	-0.219	3	-0.513	0.506
4	0.494	1.171	4	0.233	1.539	4	-0.491	-0.749
5	0.477	0.156	5	0.555	0.088	5	0.474	0.537
6	0.41	-0.858	6	0.299	-0.941	6	-0.184	0.136
7	0.082	-1.65	7	-0.272	-1.561	7	-0.476	0.007
m0	1.006283		m0	1.0805		m0	0.7452753	
mp	1.423099		mp	1.528058		mp	1.053978	

Tablo 3

MODEL KOORDİNATLARI			ARAZİ KOORDİNATLARI			ÖRNEK PROBLEM 3		
NN	SAĞA	YUKARI	NN	SAĞA	YUKARI			
1	0.131774	0.123556	1	1.4217	1000.0279			
2	0.134871	0.115295	2	1.6734	999.3538			
3	0.144042	0.111614	3	2.4189	999.0523			
4	0.151533	0.115019	4	3.0294	999.3289			
5	0.154881	0.123348	5	3.3047	1000.0058			
6	0.150959	0.131840	6	2.9849	1000.6983			
7	0.143213	0.134723	7	2.3497	1000.9352			
8	0.134758	0.130922	8	1.6659	1000.6277			
BENZERLİK			AFİN			PROJEKTİF		
b1	81.4546080658097		a1	81.4639264977487		c1	52.6069176114157	
b2	0.119261934258684		a2	-0.211784946725311		c2	-119.289579656303	
b3	989.978314151251		a3	989.990419565338		c3	990.195105552189	
b4	-9.32731700119078		a4	0.0249527059321421		c4	-0.039760702465042	
			a5	81.4410844587679		c5	-79.5003769128578	
			a6	-9.31375234267791		c6	-9.07649907263636	
						c7	-0.02719093464057	
						c8	-0.119081405097247	
NN	Vy	Vx	NN	Vy	Vx	NN	Vy	Vx
1	-0.001	-0.001	1	-0.001	0.000	1	0.001	0.000
2	-0.001	0.000	2	0.000	0.000	2	-0.001	0.000
3	0.000	0.000	3	0.001	0.001	3	0.001	0.000
4	0.000	0.000	4	0.001	-0.001	4	-0.001	0.000
5	-0.002	0.001	5	-0.002	0.000	5	0.000	0.000
6	0.000	0.001	6	-0.001	0.000	6	0.001	0.000
7	0.004	0.000	7	0.003	0.000	7	-0.001	-0.001
8	-0.001	-0.001	8	-0.002	0.000	8	-0.002	0.003
m0	0.001583285		m0	0.001436016		m0	0.001451215	
mp	0.002239117		mp	0.002030833		mp	0.002052328	

Örnek problemler çeşitli jeodezik ve fotogrametrik uygulamalardan alınmıştır. Üç farklı örnek için benzerlik, afin ve projektif dönüşüm hesaplamaları yapılmış hesap sonuçları irdelenmiştir.

Tablo 1’de yer alan örnek problem, arazi koordinat sisteminden nirengi koordinat sistemine dönüşüm uygulamasıdır. Benzerlik ve projektif dönüşümlerde ortalama hata birbirine yakın, afin dönüşümde ise daha kaba sonuç vermiştir. Bunun nedeni, izdüşüm düzlemlerinin birbirine paralel ve eksenler arasında tek bir ölçek faktörü olması sebebiyle benzerlik dönüşümü için uygun şartlar sağlanmış olmasıdır. Projektif dönüşüm en hassas sonucu vermiş olmasına rağmen, işlem kolaylığı bakımından benzerlik dönüşümünü uygulamak daha uygun olacaktır.

Tablo 2’de yer alan örnek, model koordinat sisteminden arazi koordinat sistemine dönüşüm uygulamasıdır. Model koordinat ölçüleri duyarlılık olarak yapılmamış olduğu gözlenmektedir. Ancak, dönüşümleri karşılaştırmak söz konusu olduğu için koordinat duyarlılığından çok dönüşüm işlemlerinin duyarlılıkları incelenmiştir. Buna göre en hassas sonucu veren dönüşümün yine projektif dönüşüm olduğu görülmektedir. Burada eksenler arasında tek bir ölçek faktörü olduğundan afin dönüşümü tercih edilmemelidir. Merkezi izdüşümde, izdüşüm düzlemlerinin paralel olmaması durumunda projektif dönüşümü uygulamak en doğru sonucu verecektir.

Tablo 3’de yer fotogrametrisinde yapılan ölçüler kullanılmıştır. Model koordinat sisteminden, lokal tespit edilmiş arazi koordinat sistemine dönüşüm uygulamasıdır. Bu örnekte izdüşüm düzlemleri paraleldir. Bu nedenle benzerlik dönüşümü ile projektif dönüşüm arasında ortalama hata yönünden fazla bir fark yoktur. Ancak yine de projektif dönüşüm daha hassas sonuç vermiştir. Örnek problemde x ve y eksenleri yönünde ölçek deformasyonlarının farklı olmasından dolayı, afin dönüşüm bağıntılarına uygunluk sağlanmış ve gerek benzerlik, gerekse projektif dönüşümden daha iyi sonuç elde edilmiştir. Buradan x ve y yönündeki ölçek deformasyonlarının farklı olması durumunda afin dönüşümünün tercih edilmesi gerektiği anlaşılmaktadır.

8. SONUÇ ve ÖNERİLER

Çalışmada iki boyutlu koordinat dönüşümlerinin matematik, geometrik ve dengeleme modelleri incelenerek dönüşüm bağıntılarının hangi durumlarda kullanılmalı gerektiği araştırılmıştır. Böyle bir seçim yapabilmek için çalışılması gereken hassasiyet kriterleri belirlenmeli hassasiyet gerektirmeyen uygulamalarda çözümü en kolay, serbestlik derecesi en fazla yöntem olan benzerlik dönüşümü tercih edilmelidir.

Hassasiyetin önemli olduğu fotogrametri ve jeodezi uygulamalarında problem iyi incelenmelidir. Ortak nokta sayısının az, eksen deformasyonlarının x ve y yönünde eşit olduğu durumlarda benzerlik dönüşümü, eksen deformasyonlarının x ve y yönünde farklı olması durumunda afin dönüşümü, ortak nokta sayısının yeterli ve noktaların birbirine göre gelişigüzel konumlarda olan düzlemlerde bulunması durumunda da projektif dönüşüm tercih sebebi olmalıdır.

Sonuç olarak, projektif dönüşümün, en genel dönüşüm şekli, diğer dönüşümlerin bunun bir alt dalı olduğu, en hassas ve en genel dönüşümün projektif dönüşüm ile sağlanabileceği sonucu ortaya çıkmıştır.

KAYNAKLAR

Ayhan E., 1996. Dönel Yüzeylerin Yakın Fotogrametri Yöntemiyle Belirlenmesi, Doktora Tezi, 1996 Trabzon

Aytaç M., Mustafa, Fotogrametride Dengeleme (Fotogrametri II) İTÜ Basımevi, İstanbul

Aytaç M., Örmeci C, Altan M., 1983. Fotogrametri (çeviri) İstanbul 1983

Ghosh S. K., 1979. Analytical Photogrammetry USA

Öztürk E., Şerbetçi M., 1992. Dengeleme Hesabı Cilt III, KTÜ Basımevi Trabzon

Süray S., 1970. Umumi Matematik Cilt 1- Analiz, İstanbul

Tüdeş, T., 1996. Yer Fotogrametrisi KTÜ Basımevi, Trabzon

Yaşayan A., 1978. Hava Fotogrametrisinde İki Boyutlu Doğrusal Dönüşümler ve Uygulamaları Trabzon